



TRAVAILLER LES GRANDEURS ET MESURES

Trame proposée pour la construction d'une séquence pédagogique au CYCLE 3

Dans les phases 1 à 3, les grandeurs sont travaillées pour elles-mêmes indépendamment de la mesure. Il faut construire le sens de la grandeur indépendamment de la mesure avant que celle-ci n'intervienne. En effet, les instruments de mesure « masquent » la grandeur pour remplacer le concept par un nombre et conduit finalement à un travail sur les nombres. Une fois la grandeur bien identifiée et discernée des autres, une puis plusieurs mesures associées sont introduites à partir de la phase 4 (par exemple, lorsque la notion de masse sera acquise il sera possible d'introduire sa mesure en grammes). Enfin, des conversions et des calculs sont effectuées avec ces mesures (phase 7).

Repère de progressivité

Phase 1	Phase 2	Phase 3	Phase 4	Phase 5	Phase 6
Donner du sens à la GRANDEUR			Donner du sens à la MESURE		
Comparaison perceptive	Comparaison directe des objets	Comparaison indirecte avec un objet intermédiaire	Mesurer une grandeur avec une unité étalon fournie (unités non usuelles)	Mesurer une grandeur avec une unité usuelle indiquée	Conversions et calculs
Associer plusieurs grandeurs à un même objet					

Les notions préliminaires

Longueur	Aire	Angle	Durée	Contenance	Masse
L'idée de longueur ne se limite pas à des objets rectilignes	Correspond à une surface, elle doit bien être distinguée de la longueur	C'est l'écartement (portion de plan) entre deux demi-droites de même origine	Notion du temps qui passe	Notion de récipient	Le sens de la masse, la masse « attire » vers le sol. Le sens du point d'équilibre (mécanisme de la balance)

Associer plusieurs grandeurs à un même objet

Donner du sens à la GRANDEUR

En de multiples occasions et tout au long de la séquence :

- Observer un objet ou comparer plusieurs objets selon différents points de vue (leur masse, leur volume, les mesures de longueurs etc.)
- Constater que l'on peut associer plusieurs grandeurs à un même objet.
- Savoir identifier de manière précise les critères de comparaison (critères portant sur des longueurs, des masses, des contenances etc.)
- Savoir dissocier des grandeurs : la hauteur (longueur) et la contenance en manipulant des bouteilles de formes différentes, la masse et le volume.


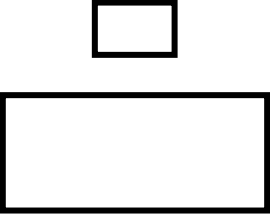
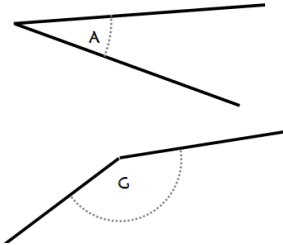




Phase 1 : Comparaison perceptive

Etre capable de dire que tel objet est par exemple plus long/plus lourd/peut contenir plus qu'un autre uniquement par **perception sensorielle**.

Dans ce cas il est préférable que la différence entre les deux objets soit importante.


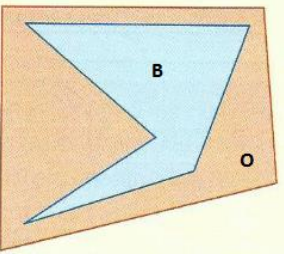
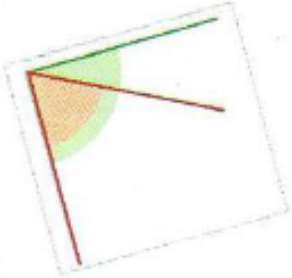


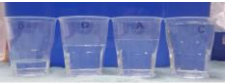

Exemple : est-ce le bureau ou le tableau qui est le plus long ?

Longueur	Aire	Angle	Durée	Contenance	Masse
<p>Les longueurs peuvent être comparées par observation.</p> 	<p>Les aires peuvent être comparées par observation sans difficulté puisqu'elles sont nettement différentes.</p> 	<p>Les angles peuvent être comparés par observation. Attention la longueur des côtés interfère souvent.</p> 	<p>La perception est plus difficile puisque la durée est insaisissable. C'est ce qui distingue cette grandeur des autres. Sa perception est subjective.</p> <p>Les élèves peuvent comparer des durées très différentes ou une bande son qui s'arrête à différents moments (<i>les paroles peuvent servir de repères</i>).</p>	<p>La perception de la contenance est plus délicate car le volume des récipients varie en fonction de 3 dimensions : un récipient dont la hauteur est plus grande peut avoir une contenance plus petite.</p> 	<p>Les masses des objets peuvent être comparées en soupesant.</p> 

Lorsque la perception ne suffit pas à comparer les grandeurs, il faut réaliser une comparaison directe (phase 2).

Phase 2 : Comparaison directe des objets

Etre capable de dire que tel objet est par exemple plus long/plus lourd/peut contenir plus qu'un autre par comparaison directe.

Longueur	Aire	Angle	Durée	Contenance	Masse
<p>La comparaison directe s'effectue par juxtaposition, superposition</p> <p>Transformation de l'un des objets pour le rendre comparable à l'autre (par exemple, déroulement d'une ligne non rectiligne pour comparer les longueurs).</p> 	<p>La comparaison directe des aires s'effectue par superposition - sans découpage :</p> 	<p>La comparaison directe des angles s'effectue par superposition</p> 	<p>Deux évènements ne peuvent être comparés directement que s'ils débutent en même temps.</p> 	<p>Si les contenants sont différents : la comparaison directe s'effectue par transvasement</p>  <p>Si les contenants sont identiques la comparaison directe s'effectue par observation de la hauteur du liquide</p> 	<p>La comparaison directe s'effectue à l'aide d'une balance type Roberval</p> 



Il faut passer par **deux étapes distinctes** (sauf pour les durées) :

- Comparaison directe non limitée : comparer tous les objets simultanément.
 - Comparaison directe limitée : dans ce cas les objets ne peuvent être comparés que deux à deux et non plus tous simultanément.
- Lorsque la comparaison directe est rendue impossible par la situation il faut comparer les objets avec un objet intermédiaire (phase 3).

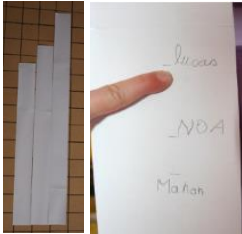
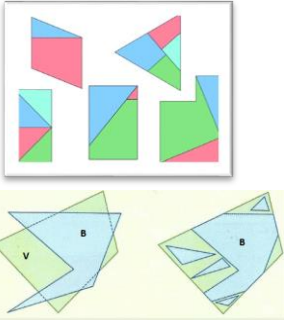
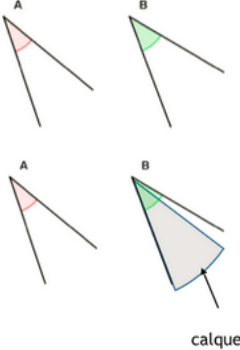




Phase 3 : Comparaison indirecte avec un objet intermédiaire

Etre capable de comparer des longueurs, des capacités, des masses en utilisant un objet intermédiaire, chaque grandeur devant être reportée sur cet objet.

Il faut alors rendre la comparaison directe impossible ou trop compliquée en : multipliant le nombre d'objets à comparer, utilisant des récipients opaques, des objets non déplaçables, des objets éloignés, ...

Il faut passer par **deux étapes distinctes** :

- Utiliser autant d'objets intermédiaires que d'objets à comparer,
- Utiliser un seul objet intermédiaire pour comparer tous les objets entre eux (cf. photos ci-dessous).

Longueur	Aire	Angle	Durée	Contenance	Masse
<p>La comparaison peut s'effectuer grâce à une ficelle, une bande de papier.</p> <p>Dans un premier temps grâce à plusieurs bandes par exemple puis en utilisant une unique bande (marques repères).</p> 	<p>Pour la surface, la comparaison indirecte réside principalement sur du découpage et assemblage de figures. Vous partez de figures dont la superposition ne permet pas de connaître la plus étendue, mais qu'il faudra "réassembler".</p> 	<p>La comparaison peut s'effectuer grâce à du papier calque ou un gabarit.</p> <p>Dans un premier temps grâce à plusieurs morceaux de papier calque puis en utilisant un seul morceau (marques repères).</p> 	<p>La comparaison s'effectue avec un sablier dont la durée d'écoulement est plus grande que les durées en jeu. La hauteur du sable écoulé à la fin de l'évènement est marquée sur le sablier.</p> <p>Plusieurs sabliers peuvent être utilisés dans un premier temps. Puis un seul sur lequel seront indiqués plusieurs repères.</p> 	<p>La comparaison s'effectue d'abord grâce à plusieurs récipients intermédiaires</p>  <p>La comparaison s'effectue ensuite avec un seul récipient intermédiaire</p> 	<p>La comparaison peut s'effectuer grâce à la balance et un objet intermédiaire dont la masse est fixée.</p> 

Après les 3 premières phases centrées sur la grandeur, il s'agit d'engager le passage à la mesure.
Les phases suivantes permettent de donner du sens à la mesure.



Phase 4 : Mesurer une grandeur avec une unité étalon fournie (unités non usuelles)

Etre capable d'associer chaque grandeur au nombre d'unités étalons qu'elle contient.

Une **unité non usuelle** est une grandeur arbitraire (**étalon**) prise comme référence pour mesurer les grandeurs de la même espèce. Elle se distingue des unités usuelles (gramme, litre, mètre).

Cette activité de mesurage qui consiste à comparer une grandeur donnée à une unité-étalon permet de donner du sens à la mesure en tant que nombre.

Il faut passer par **trois étapes distinctes** :






1) Lors des premiers mesurages l'unité-étalon est contenue un nombre entier de fois dans la grandeur considérée, alors sa mesure est **un nombre entier** (exemple : il faut 9 briques de LEGO pour recouvrir la surface).

- Faire comprendre aux élèves la nécessité d'utiliser la même longueur-étalon pour comparer les mesures de deux objets. Pour cela il faut demander à différents groupes d'élèves de mesurer un même objet avec des unités-étalons différentes puis de comparer les mesures de cet objet.
- Concept fondamental à développer chez les élèves : **la proportionnalité inverse**. Mesurer un même objet avec plusieurs types d'unités-étalons permet de prendre conscience que la mesure dépend de l'unité choisie. Par exemple, pour les longueurs, plus l'étalon est court plus il faudra le reporter un nombre important de fois, c'est ce que l'on appelle la proportionnalité inverse.

2) Ensuite, la mesure n'est pas un nombre entier mais elle peut être encadrée entre deux entiers consécutifs, on obtient **une approximation** (exemple : il faut entre 3 et 4 gobelets pour remplir le récipient).

3) Puis, il faut introduire des sous-divisiones de l'unité étalon pour obtenir **une mesure précise** (exemple : il faut 3 gobelets et 6 bouchons pour remplir le récipient).

Donner du sens à la MESURE

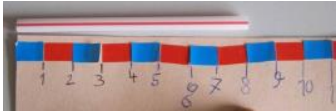
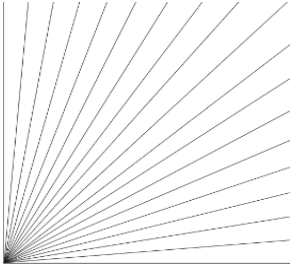



Longueur	Aire	Angle	Durée	Contenance	Masse
<p>L'unité étalon est la longueur d'un objet de référence (bandes, cure-dents, ...).</p> 	<p>La comparaison peut s'effectuer grâce des objets intermédiaires (LEGO, gommettes, ...)</p> 	<p>X</p>	<p>L'unité étalon est la durée d'un évènement donné (écoulement d'un sablier spécifique par exemple).</p>  <p>Si plusieurs sabliers de durée identique sont utilisés il faut compter le nombre de sabliers retournés. Lorsqu'un seul sablier est utilisé, le comptage doit s'effectuer et être mémorisé au fur et à mesure des retournements.</p>	<p>L'unité étalon est la contenance d'un récipient de référence (gobelets, bouchons, etc.).</p> 	<p>L'unité étalon est la masse d'un objet de référence (cubes, billes, ...).</p> 



Remarque :

Cette phase est l'occasion de contrôler l'**activité de mesurage** réalisée par les élèves : disposition correcte de l'étalon, report adéquat, dénombrement, traçage de repères, etc.

Avant d'utiliser les instruments de mesure usuels il faut que les élèves **fabriquent leurs propres instruments** afin d'en comprendre le fonctionnement. Cela nécessite la construction de graduations (photos ci-dessous). Faire graduer l'outil avec les unités non usuelles ou usuelles (sans les nommer pour le moment) permet de faire le lien avec la phase suivante (phase 5).

Longueur	Aire	Angle	Durée	Contenance	Masse
<p>Construire une graduation avec des longueurs-étalons (avec des bandes de 1cm par exemple)</p> 	<p>Il n'existe pas d'instrument</p>		<p>Construire une graduation avec durée d'évènements-étalons (avec un sablier d'une durée d'1 minute par exemple).</p> 	<p>Construire une graduation avec des contenances-étalons (avec des bouteilles de 10 cl par exemple)</p> 	<p>Construire une graduation avec des masses-étalons (avec des cahiers de 100g par exemple)</p> 

Pour faire le lien avec la phase suivante il peut être demandé aux élèves de mesurer un objet ou de construire un objet en utilisant des étalons différents (sans qu'ils le sachent). Ainsi ils comprendront que si l'on veut se faire comprendre des autres il faut utiliser le même étalon.



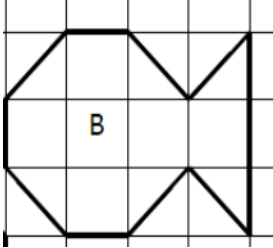
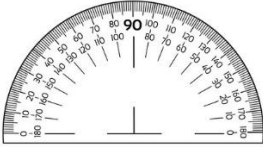


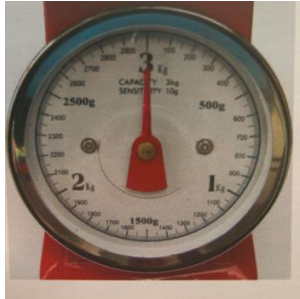


Phase 5 : Mesurer une grandeur avec une unité usuelle indiquée

Etre capable de mesurer avec des unités usuelles. Connaitre certaines des relations qui les lient.

Pour faire le lien entre la phase 4 et la phase 5 il faut expliquer aux élèves que dans la vie courante on utilise pas des longueurs de bandes, des briques de LEGO, des contenances de petites bouteilles, des sabliers comme étalons pour mesurer. Il faut que tout le monde utilise les mêmes étalons pour se comprendre.

Présentation des instruments de mesures usuels et des unités usuelles.

Longueur	Aire	Angle	Durée	Contenance	Masse
Le centimètre sur la règle graduée 	Le cm ²   Il n'existe pas d'instrument	Les degrés sur le rapporteur 	Les heures et les minutes On peut utiliser deux types d'instruments : -ceux qui permettent de se repérer dans le temps (montre, horloge, calendrier)  -ceux qui mesurent une durée (chronomètre, sablier)	Le litre sur le verre doseur 	Le kilogramme sur la balance 

Progressivité : CF document annexe « Grandeurs et Mesures – Repères de progressivité »

Etablir des relations entre les unités de mesures usuelles :

Faire le lien entre les unités de numération et les unités de mesure.

Comprendre qu'il faut 100 cm pour faire un mètre, que 10 cm font 1 dm donc que 10 dm font 1 m, etc.

L'utilisation des préfixes permet, tout au long du cycle, de renforcer le travail sur les nombres entiers. La compréhension de leur sens permet d'établir les relations entre les unités nécessaires aux conversions.

m, L, g	L'unité	
milli-	Millième	C'est l'unité coupée en mille ou il en faut mille pour faire l'unité
centi-	Centième	C'est l'unité coupée en cent ou Il en faut cent pour faire l'unité
déci-	Dixième	C'est l'unité coupée en dix ou Il en faut dix pour faire l'unité
kilo-	mille	C'est mille unités



Progression spécifique pour l'apprentissage de la lecture de l'heure :

- Lecture de l'heure à partir des indications de la petite aiguille uniquement (horloge à une seule aiguille) en déterminant un encadrement entre des valeurs entières d'heures « *il est pile trois heures* » ou « *il est entre trois heures et quatre heures* ».
- Lecture des minutes à partir des indications de la grande aiguille en dénombrant une à une les graduations parcourues.
- Cette lecture des minutes devrait progressivement être remplacée par la prise en compte des indications des graduations et l'utilisation du comptage de 5 en 5.
- Lecture de la durée écoulée en heure en liaison avec la fraction du tour effectué.
- Correspondance entre les durées exprimées en fraction d'heure et ces mêmes durées exprimées en minutes.

Mesurer à l'aide d'instruments usuels :

- Utilisation d'instruments de mesure dans des situations variées, adapter le choix en fonction de l'objet (ordre de grandeur) ou en fonction de la précision souhaitée, exprimer une mesure avec l'unité adaptée.
- Activités de comparaison, de rangement, de tri nécessitant le mesurage.
- Activités de construction nécessitant le mesurage.

Constitution d'un répertoire de mesures de référence :

- constitution par les élèves d'un répertoire de mesures de référence servant de **réfèrent pour estimer** d'autres mesures.

Quantité	Unité	Quantité et valeurs	Unité	Unité	Unité	Unité	Unité	Unité
Longueur	m	100m	10m	1m	10cm	1cm	1mm	10mm
Surface	m²	100m²	10m²	1m²	100dm²	10dm²	1dm²	100cm²
Volume	m³	1000l	100l	10l	1000cl	100cl	10cl	1000ml
Poids	kg	1000g	100g	10g	1000mg	100mg	10mg	1000µg
Temps	h	60min	60s	1min	60s	1s	1000ms	1000µs

<https://www.grainesdelivres.fr/wp-content/uploads/sites/32/2022/01/R%C3%A9pertoireGrandeursC2.xlsx>

Phase 6 : Conversions et calculs

Etre capable de passer d'une unité à une autre. Les élèves peuvent découvrir les relations entre les unités à partir de mesurages avec des unités différentes

La compréhension du passage d'une unité à une autre s'appuie sur la connaissance mémorisée des relations qui existent entre elles (phase 5).

Les conversions et les calculs sont motivés par de la résolution de problèmes.

Les conversions sont aussi travaillées en calcul mental et calcul en ligne.

Le travail technique s'appuyant sur des exercices décrochés, pour garder son sens doit toujours rester dans des situations proches des besoins de la vie courante.

Les unités de durée

Le système des unités conventionnelles de durée est sexagésimal : 1 h=60 min et 1 min = 60 s.

Le calcul sur les grandeurs varie en fonction des situations :



- soit toutes les mesures des grandeurs sont exprimées dans **la même unité** ($3cm$ et $2cm = 5cm$)
- soit les mesures des grandeurs sont exprimées dans **des unités différentes**, ce qui implique des **conversions** ($30mm + 2cm = 3cm + 2cm = 5cm$)
- soit les mesures des grandeurs sont exprimées **avec plusieurs unités**. Il faut alors additionner toutes les mesures exprimées dans la même unité puis analyser le résultat pour identifier s'il y a besoin ou non de convertir certaines unités ($2cm$ et $7mm + 3cm$ et $5mm = 5cm$ et $11mm = 5cm$ et $1cm$ et $1mm = 6cm$ et $1mm$). Pour la soustraction les conversions doivent parfois être réalisées avant le calcul ($4cm$ $2mm - 2cm$ $8mm$).

Remarques :

- faire figurer les unités dans les calculs aide les élèves à s'assurer qu'ils effectuent des additions et des soustractions sur des mesures exprimées dans la même unité et les encourage le cas échéant à gérer mentalement les conversions en présentant les calculs en ligne.
- Ne pas imposer le tableau de conversion avant que les élèves n'aient eu le temps de mémoriser les relations entre les différentes unités et de les utiliser pour convertir. Sinon son utilisation est vide de sens et source d'erreurs.

BIBLIOGRAPHIE

- Donner du sens aux mathématiques - Tome 2. Nombres, opérations et grandeurs – Muriel FENICHEL et Nathalie PFAFF – Bordas pédagogie
- Matrice d'apprentissage Grandeurs et mesures Longueur, masse, contenance, volume, aire, angle – Mission mathématiques 972 - <https://site.ac-martinique.fr/pole-maths/?p=3562>
- Grandeurs et mesures, contenance, masse, longueur – Marie JOUGLET et Hélène MORAND – Scrérén
- Grandeurs et mesures : des gestes pour des apprentissages opérationnels et porteurs de sens – Héléne GAGNEUX et Céline MOUSSET – conférence à l'académie des sciences : <https://www.youtube.com/watch?v=yrnGama3B7I>
- Les maths à toutes les sauces - Pour aider les enfants à apprivoiser les systèmes numérique et métrique – GUERITTE-HESS, Isabelle CAUSSE-MERGUI et Marie-Céline ROMIER – Le Pommier