

Animation pédagogique Circonscription de Gray

Le nombre pour mesurer au cycle 1

Mercredi 27 mars 2019 Ecole Moïse Lévy

Approche de la notion de grandeur



On s'intéresse à **une particularité**, à **une caractéristique**, des objets considérés, **en faisant abstraction** des autres.

Les manipulations que l'on accomplit pour évaluer la valeur de cette particularité pour chacun des objets **sont spécifiques** de la particularité prise en compte.

Inversement, on peut également dégager la notion de grandeur en considérant des objets différents.

Par exemple la masse lorsqu'il s'agit de savoir si une paire de ciseaux est plus lourde qu'un tube de colle. Dans ce cas, la valeur de la grandeur des deux objets auxquels (la masse) n'est pas forcément exprimée par un nombre.

Petit rappel (comme en géométrie) :

tendre vers une démarche expérimentale en mathématiques

En **privilégiant le sens**, on a plus de chance de **provoquer l'activité de tous les élèves**.

Permettre aux élèves d'agir en mathématiques, c'est aménager par les enseignements un **passage progressif de la manipulation à l'expérimentation**.

En permettant aux élèves de **dépasser le hasard du tâtonnement** au profit de l'action orientée vers un but, on problématise les situations d'apprentissage. Lors d'une expérience, les gestes provoqués sont guidés par une intention, une organisation, ainsi que par le raisonnement.

MANIPULER

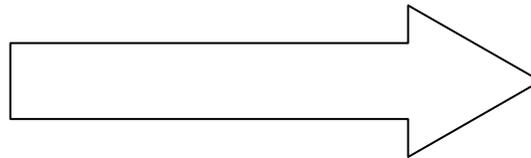
Déplacer

Toucher

Encastrer

Emboiter

Utiliser



EXPERIMENTER

Contrôler

Essayer

Tester

Vérifier

Eprouver

Les limites de la manipulation

Les activités mathématiques au cycle 1 font souvent appel à la manipulation qui est indispensable pendant toute la longue mais décisive phase d'appropriation et d'élaboration des concepts.

Cependant, il est rarement possible de trouver directement la réponse en regardant simplement le matériel ; il y a presque toujours un raisonnement à élaborer. **Le support n'est qu'un outil d'apprentissage et non une fin en soi ; il a vocation à être abandonné dès que les représentations mentales permettent de s'en passer.**

La grandeur n'est pas la mesure et la
mesure n'est pas la grandeur

Grandeurs et mesure

Pour simplifier l'usage des grandeurs, on a inventé des dispositifs qui permettent d'**utiliser les nombres afin de les comparer et les ajouter, ainsi que les multiplier ou diviser par un entier**. C'est ce qu'on appelle la **mesure d'une grandeur**.

Mais cette simplification induit une conséquence didactique qui peut constituer un obstacle : celui de la confusion entre **une grandeur qui n'est généralement pas un nombre** (il en est ainsi pour beaucoup) et sa **mesure qui, quant à elle, est toujours un nombre**.

Grandeur discrète et grandeur continue

Une grandeur est très rarement un nombre. C'est cependant le cas lorsque l'on s'intéresse à l'aspect cardinal de collection, donc à un ensemble fini, de billes dans un sac par exemple. Pour savoir s'il y a autant de billes dans le sac que d'élèves dans la classe, on pourra pratiquer une correspondance terme à terme.

Cette mesure est relative aux grandeurs dites **discrètes** ; les objets qui les représentent, ne peuvent **pas être indéfiniment divisés en parties égales** (sac de billes). La mesure de telles grandeurs s'exprime avec des entiers, l'unité étant en général l'objet (la bille).

La majorité des grandeurs sont représentés par des objets qui peuvent **être divisés**, au moins par la pensée, **par un nombre absolument quelconque de parties égales**. C'est le cas de la longueur d'un ruban, de la surface d'un champ, de la quantité de vin contenue dans un tonneau... De telles grandeurs sont dites divisibles ou **continues**.

La mesure d'une grandeur : définition

Une mesure de grandeur :

- est à valeur positive,
- est telle qu'à la grandeur de référence choisie pour unité est associé le nombre,
- est égale, pour deux objets disjoints que l'on réunit, à la somme des mesures de chacun des objets.

Grandeurs et mesure : programme

Les cinq domaines d'apprentissage

Les enseignements sont organisés en cinq domaines d'apprentissage. Cette organisation permet à l'enseignant d'identifier les apprentissages visés et de mettre en œuvre leurs interactions dans la classe. Chacun de ces cinq domaines est essentiel au développement de l'enfant et doit trouver sa place dans l'organisation du temps quotidien. Dans la mesure où toute situation pédagogique reste, du point de vue de l'enfant, une situation riche de multiples possibilités d'interprétations et d'actions, elle relève souvent pour l'enseignant de plusieurs domaines d'apprentissage.

Le domaine « Mobiliser le langage dans toutes ses dimensions » réaffirme la place primordiale du langage à l'école maternelle comme condition essentielle de la réussite de toutes et de tous. La stimulation et la structuration du langage oral d'une part, l'entrée progressive dans la culture de l'écrit d'autre part, constituent des priorités de l'école maternelle et concernent l'ensemble des domaines.

Les domaines « Agir, s'exprimer, comprendre à travers l'activité physique » ; « Agir, s'exprimer, comprendre à travers les activités artistiques » permettent de développer les interactions entre l'action, les sensations, l'imaginaire, la sensibilité et la pensée.

Les domaines « Construire les premiers outils pour structurer sa pensée » et « Explorer le monde » s'attachent à développer une première compréhension de l'environnement des enfants et à susciter leur questionnement. En s'appuyant sur des connaissances initiales liées à leur vécu, l'école maternelle met en place un parcours qui leur permet d'ordonner le monde qui les entoure, d'accéder à des représentations usuelles et à des savoirs que l'école élémentaire enrichira.

Le programme établit, pour chaque domaine d'apprentissage, une définition générale, énonce les objectifs visés et donne des indications pédagogiques de nature à fournir des repères pour organiser la progressivité des apprentissages.

4. Construire les premiers outils pour structurer sa pensée

4.1. Découvrir les nombres et leurs utilisations

Depuis leur naissance, les enfants ont une intuition des grandeurs qui leur permet de comparer et d'évaluer de manière approximative les longueurs (les tailles), les volumes, mais aussi les collections d'objets divers (« il y en a beaucoup », « pas beaucoup »...). À leur arrivée à l'école maternelle, ils discriminent les petites quantités, un, deux et trois, notamment lorsqu'elles forment des configurations culturellement connues (dominos, dés). Enfin, s'ils savent énoncer les débuts de la suite numérique, cette récitation ne traduit pas une véritable compréhension des quantités et des nombres.

L'école maternelle doit conduire progressivement chacun à comprendre que les nombres permettent à la fois d'exprimer des quantités (usage cardinal) et d'exprimer un rang ou un positionnement dans une liste (usage ordinal). Cet apprentissage demande du temps et la confrontation à de nombreuses situations impliquant des activités pré-numériques puis numériques.

4.1.1. Objectifs visés et éléments de progressivité

Construire le nombre pour exprimer les quantités

Comprendre la notion de quantité implique pour l'enfant de concevoir que la quantité n'est pas la caractéristique d'un objet mais d'une collection d'objets (l'enfant doit également comprendre que le nombre sert à mémoriser la quantité).

L'enfant fait d'abord appel à une estimation perceptive et globale (plus, moins, pareil, beaucoup, pas beaucoup).

Progressivement, il passe de l'apparence des collections à la prise en compte des quantités. La comparaison des collections et la production d'une collection de même cardinal qu'une autre sont des activités essentielles pour l'apprentissage du nombre. Le nombre en tant qu'outil de mesure de la quantité est stabilisé quand l'enfant peut l'associer à une collection, quelle qu'en soit la nature, la taille des éléments et l'espace occupé : cinq permet indistinctement de désigner cinq fourmis, cinq cubes ou cinq éléphants.

Les trois années de l'école maternelle sont nécessaires et parfois non suffisantes pour stabiliser ces connaissances en veillant à ce que les nombres travaillés soient composés et décomposés. La maîtrise de la décomposition des nombres est une condition nécessaire à la construction du nombre.

4.1.2. Ce qui est attendu des enfants en fin d'école maternelle

Utiliser les nombres

- Évaluer et comparer des collections d'objets avec des procédures numériques ou non numériques.
- Réaliser une collection dont le cardinal est donné. Utiliser le dénombrement pour comparer deux quantités, pour constituer une collection d'une taille donnée ou pour réaliser une collection de quantité égale à la collection proposée.
- Utiliser le nombre pour exprimer la position d'un objet ou d'une personne dans un jeu, dans une situation organisée, sur un rang ou pour comparer des positions.
- Mobiliser des symboles analogiques, verbaux ou écrits, conventionnels ou non conventionnels pour communiquer des informations orales et écrites sur une quantité.

4.2. Explorer des formes, des grandeurs, des suites organisées

Très tôt, les jeunes enfants **discernent intuitivement** des formes (carré, triangle...) et **des grandeurs (longueur, contenance, masse, aire...)**. À l'école maternelle, ils construisent des connaissances et des repères sur quelques formes et grandeurs. L'approche des formes planes, des objets de l'espace, des grandeurs, se fait par la **manipulation** et la coordination d'actions sur des objets. Cette approche est soutenue par **le langage** : il permet de décrire ces objets et ces actions et favorise **l'identification de premières caractéristiques descriptives**. Ces connaissances qui resteront limitées constituent une première approche de la géométrie et de la mesure qui seront enseignées aux cycles 2 et 3.

4.2.1. Objectifs visés et éléments de progressivité

Très tôt, les enfants regroupent les objets, soit en fonction de leur aspect, soit en fonction de leur utilisation familière ou de leurs effets. À l'école, ils sont incités à « mettre ensemble ce qui va ensemble » pour comprendre que tout objet peut appartenir à plusieurs catégories et que certains objets ne peuvent pas appartenir à celles-ci.

Par des observations, des comparaisons, des tris, les enfants sont amenés à mieux distinguer différents types de critères : forme, longueur, masse, contenance essentiellement. Ils apprennent progressivement à reconnaître, distinguer des solides puis des formes planes. Ils commencent à appréhender la notion d'alignement qu'ils peuvent aussi expérimenter dans les séances d'activités physiques. L'enseignant est attentif au fait que l'appréhension des formes planes est plus abstraite que celle des solides et que certains termes prêtent à confusion (carré/cube). L'enseignant utilise un vocabulaire précis (cube, boule, pyramide, cylindre, carré, rectangle, triangle, cercle ou disque (à préférer à « rond »)) que les enfants sont entraînés ainsi à comprendre d'abord puis à utiliser à bon escient, mais la manipulation du vocabulaire mathématique n'est pas un objectif de l'école maternelle.

Par ailleurs, dès la petite section, les enfants sont invités à organiser des suites d'objets en fonction de critères de formes et de couleurs ; les premiers algorithmes qui leur sont proposés sont simples. Dans les années suivantes, progressivement, ils sont amenés à reconnaître un rythme dans une suite organisée et à continuer cette suite, à inventer des « rythmes » de plus en plus compliqués, à compléter des manques dans une suite organisée.

4.2.2. Ce qui est attendu des enfants en fin d'école maternelle

- Classer des objets en fonction de caractéristiques liées à leur forme. Savoir nommer quelques formes planes (carré, triangle, cercle ou disque, rectangle) et reconnaître quelques solides (cube, pyramide, boule, cylindre).
- **Classer ou ranger des objets selon un critère de longueur ou de masse ou de contenance.**
- Reproduire un assemblage à partir d'un modèle (puzzle, pavage, assemblage de solides).
- Reproduire, dessiner des formes planes.
- Identifier le principe d'organisation d'un algorithme et poursuivre son application.

Mesurer des grandeurs : méthodologie

Les pratiques courantes

- **Assurer une continuité des apprentissages** sur les 3 cycles : **comparer, classer et ranger des objets** (taille, masse, contenance).
- Donner du **sens** aux apprentissages en prenant appui sur **des situations vécues** par les enfants.
- Nécessité d'une pratique de **comparaison directe** ou **indirecte** d'objets **avant** d'entreprendre le mesurage à l'aide d'**un étalon**.
- S'exercer au mesurage, non seulement sur des objets relevant du **micro-espace**, mais aussi du **méso-espace** avec des instruments inventés pour répondre au problème posé tout autant qu'avec des instruments usuels.

Les différentes étapes de l'activité mesurer

1. **Comparaison directe de deux grandeurs**, quand elles sont superposables ou comparables directement sans confusion possible.
2. **Comparaison indirecte de deux grandeurs** : c'est là où il y a à imaginer, créer une médiation (une grandeur intermédiaire) qui, elle, sera directement comparable à chacune des autres. C'est l'élaboration de la **notion d'étalon**.

Fin cycle 1.

3. Mise en correspondance avec un ou deux nombres qui résultent des comparaisons, c'est-à-dire des rapports de grandeurs établis avec la grandeur étalon : **notion d'encadrement**, de mesure approchée et de mesure exacte.

4. **Multiples et sous-multiples**, à partir d'une unité choisie : nécessités et commodités.

5. Le **système métrique** : une épopée historique à valeur universelle.

Conclusion concernant la mesure de grandeurs

Les premières activités visent à **construire chez les élèves le sens de la grandeur, indépendamment de la mesure et avant que celle-ci n'intervienne.**

Le concept s'acquiert progressivement en résolvant des problèmes de comparaison, posés à partir de situations vécues par les élèves, suivis de moments d'institutionnalisation organisés par le maître.

Fin cycle 1.

La mesure de grandeurs constitue **un contexte privilégié** pour prendre conscience de l'insuffisance des entiers et **pour travailler sur les fractions et les nombres décimaux.**

Il est important que **les élèves disposent de références** pour certaines grandeurs : 1 m c'est un grand pas, la longueur du tableau mesure 2 m, 1 kg c'est la masse d'une boîte de sucre ordinaire ou celle d'un litre d'eau.

Les unités sont choisies de façon à obtenir **des résultats de plusieurs natures** : nombre entier, écriture complexe, fraction, nombre à virgule.

Les élèves doivent avoir **une bonne connaissance des relations entre unités les plus utilisées.** Elles doivent être mémorisées et utilisables sans recours à un tableau de conversion.

La construction du nombre en maternelle : rappels

Les cinq principes de Gelman

Principe de **correspondance terme à terme** : à chaque unité on fait correspondre **un seul mot-nombre**.

Principe de suite stable : **la suite des mots-nombres** est une **liste fixe sans fin qui grandit**.

Principe cardinal : **le dernier mot nombre prononcé** désigne **le cardinal** de l'ensemble.

Principe de l'indifférence de l'ordre : **les unités peuvent être comptées dans n'importe quel ordre**.

Principe d'abstraction : **toutes sortes d'éléments peuvent être rassemblés et comptés ensemble**.

Analyse : le comptage-numérotage

Le **comptage-numérotage** fait **correspondre à un mot un élément**. Cela conduit l'enfant à concevoir les éléments successivement pointés avec le doigt comme « le un », « le deux », « le trois »... Les mots prononcés sont alors des sortes de **numéros renvoyant chacun à un élément et un seul**. C'est le comptage au sens commun, celui que les parents adoptent le plus souvent en dehors de l'école.

Par exemple, pour dénombrer une collection de 3 objets, l'enfant pointe le premier objet et dit « un », puis il pointe le deuxième objet et dit « deux » et enfin il pointe le troisième objet et dit « trois ». Ainsi pour l'enfant 3 correspond au troisième objet pointé. Par ailleurs, certains enfants utilisant ce procédé ne répondent pas à la question posée « Combien y a-t-il d'objets ? » 3 mais 1 2 3.

Le comptage-dénombrément

Le **comptage-dénombrément** fait **correspondre aux mots prononcés la pluralité des éléments correspondant**. La correspondance terme à terme n'est pas celle entre un nombre dit et un élément mais celle entre chaque nombre dit et la pluralité des unités déjà énumérées. **Chaque mot prononcé désigne une nouvelle quantité, celle qui résulte de l'ajout d'une nouvelle unité**. On nomme ce phénomène **l'itération de l'unité**.

Par exemple pour dénombrer une collection de 3 objets, l'enfant dit « un » en montrant le premier objet, « deux » non pas lorsqu'il touche le deuxième objet mais quand la collection de 2 objets est formée. Idem pour le « trois ». Pour l'enfant, 2 est le résultat de 1 et encore 1, 3 de 2 et encore 1.

Progression préconisée par les programmes

Entre deux et quatre ans, stabiliser la connaissance des petits nombres (jusqu'à cinq) demande des activités nombreuses et variées portant sur la décomposition et recombinaison des petites quantités (trois c'est deux et encore un ; un et encore deux ; quatre c'est deux et encore deux ; trois et encore un ; un et encore trois), la reconnaissance et l'observation des constellations du dé, la reconnaissance et l'expression d'une quantité avec les doigts de la main, la correspondance terme à terme avec une collection de cardinal connu.

L'itération de l'unité (trois c'est deux et encore un) se construit progressivement, et pour chaque nombre.

Après quatre ans, les activités de décomposition et recomposition s'exercent sur des quantités jusqu'à dix.

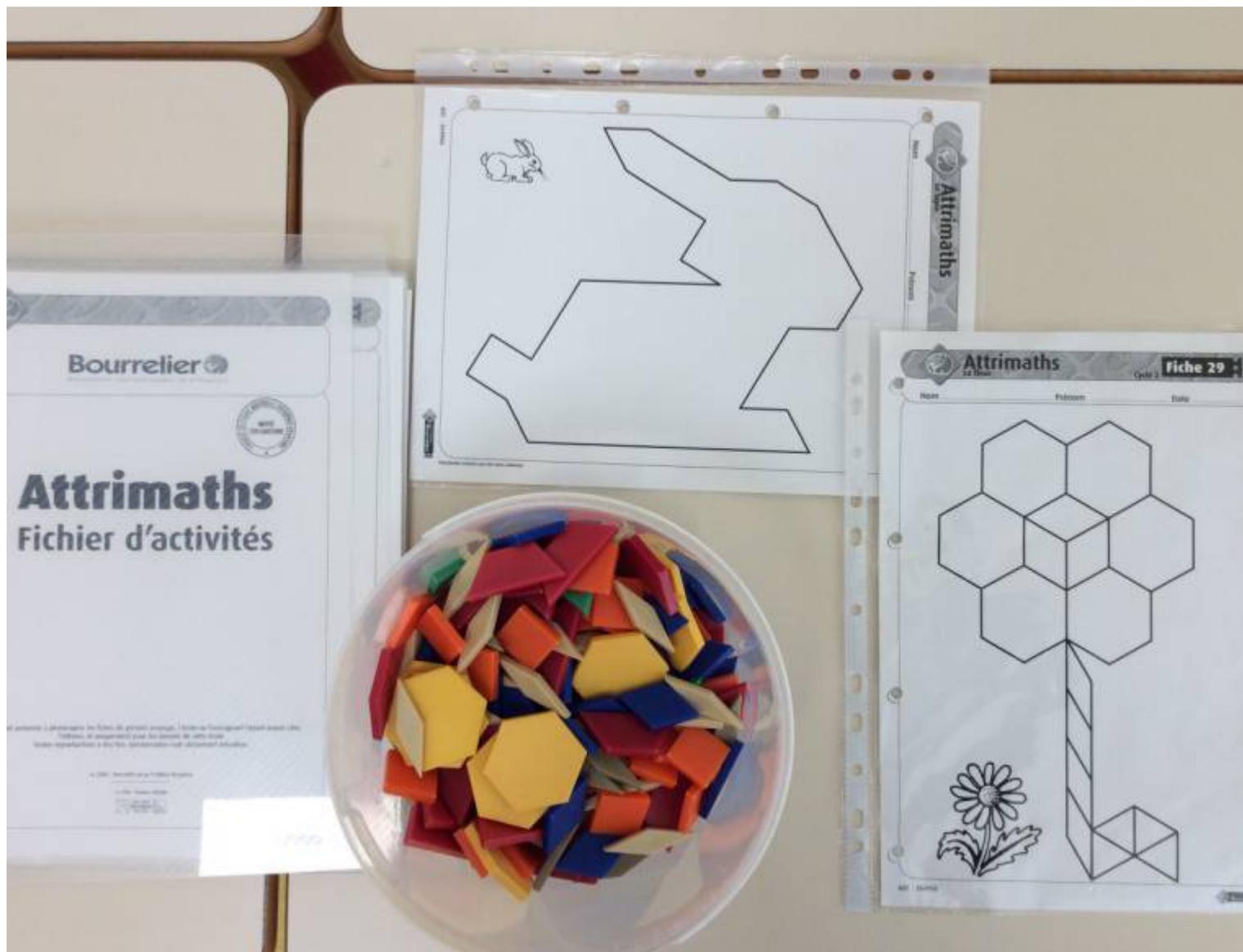
Les attendus en fin d'école maternelle

- Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; **les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales.** Dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas dix.

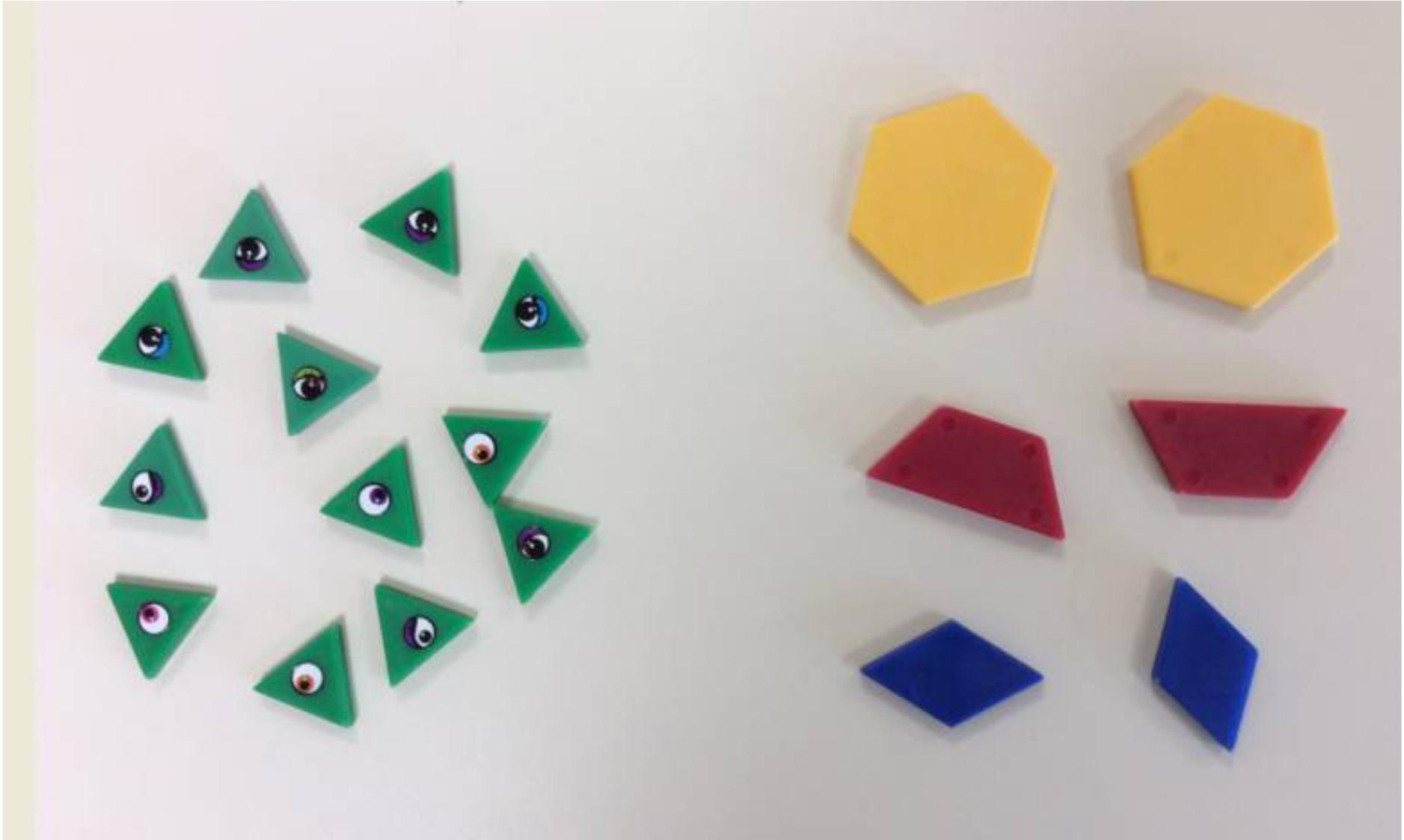
- **Parler des nombres à l'aide de leur décomposition.**

Une première expérimentation en classe : les extra-terrestres

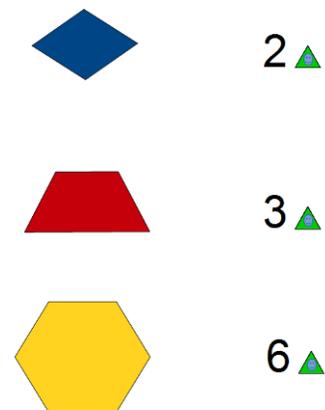
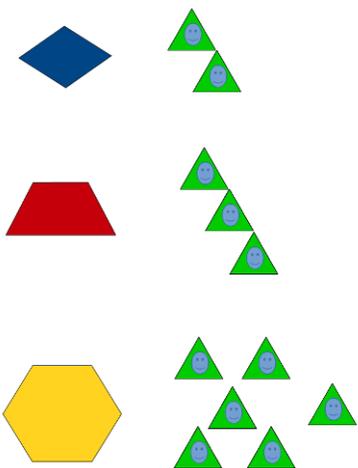
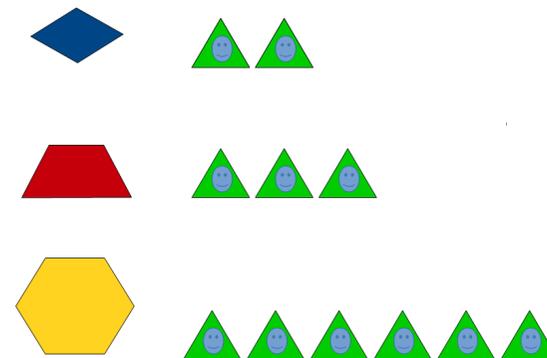
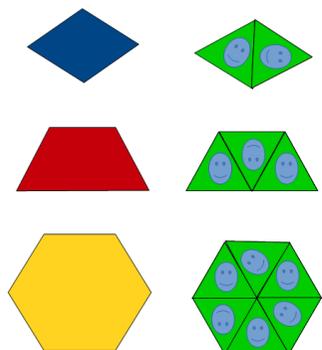
Etape 1 : appropriation du matériel



Etape 2 : présentation des extra-terrestres, premières activités mathématiques

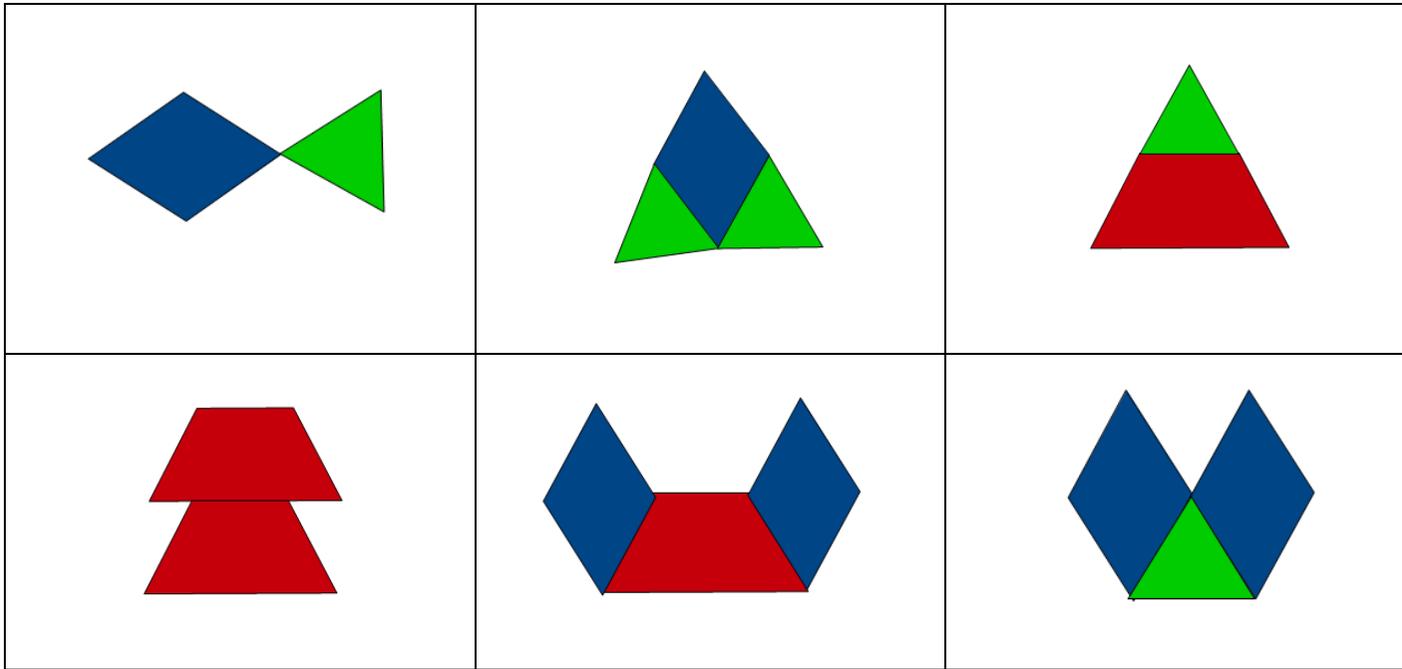


Etape 3 : présentation des vaisseaux spatiaux et de leur nombre de places (embarquer les extra-terrestres)

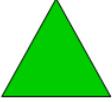


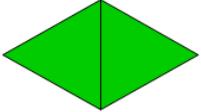
Etape 4 : déterminer le nombre de places de nouveaux vaisseaux

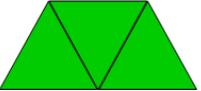
Par exemple :

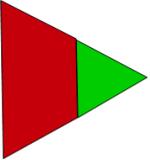


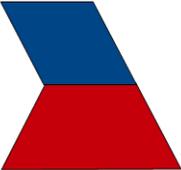
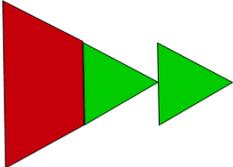
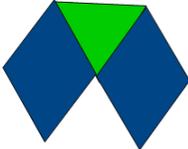
Etape 5 : déterminer tous les vaisseaux qui peuvent contenir un nombre d'extra-terrestres donné.

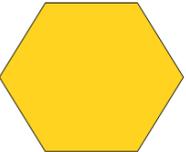
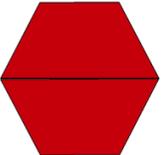
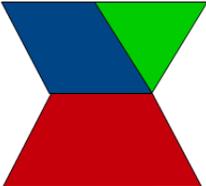
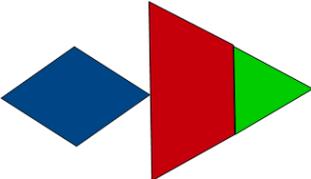
1	
	1

2		
	2	1 et 1

3			
	3	2 et 1	1 et 1 et 1

4			
	3 et 1	2 et 2	1 et 1 et 2

5			
	3 et 2	4 et 1	1 et 2 et 2

6				
	6	3 et 3	5 et 1 1 et 2 et 3	4 et 2 1 et 2 et 3

Consignes

Groupe 1 : adapter cette situation à des élèves de PS.

Groupe 2 : adapter cette situation à des élèves de MS.

Groupe 3 : proposer une autre utilisation de ce matériel ou une suite du travail à des élèves de GS.

Une deuxième expérimentation en classe : l'arbre de calcul

Lien entre construction du nombre et table d'addition

Les suivants (connaissance)

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Les règles de la numération (connaissance)

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Les doubles (connaissance)

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Les Compléments à 10 (connaissance)

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Les sommes inférieures à 10 (connaissance)

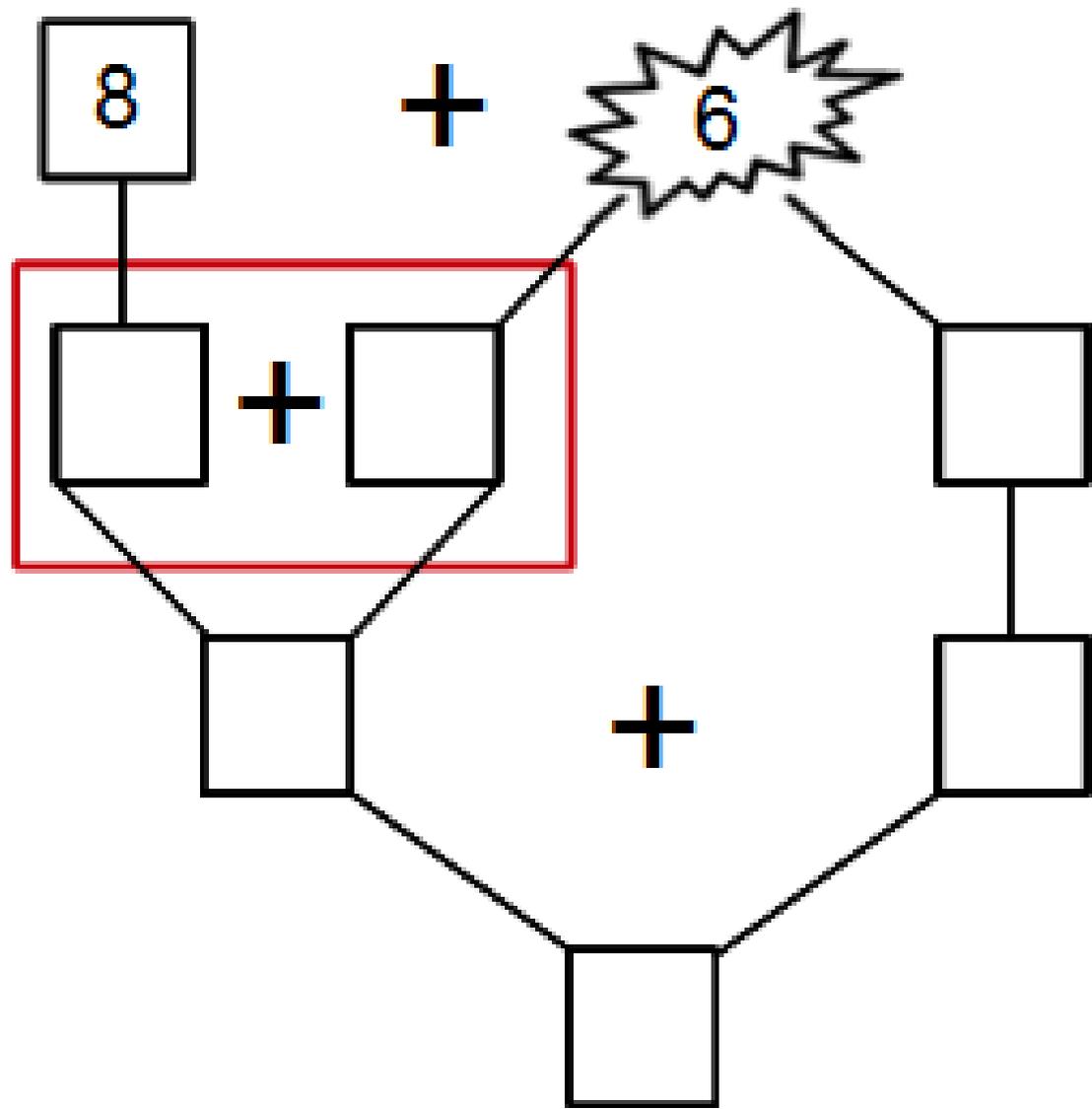
+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Les presque-doubles (stratégie)

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

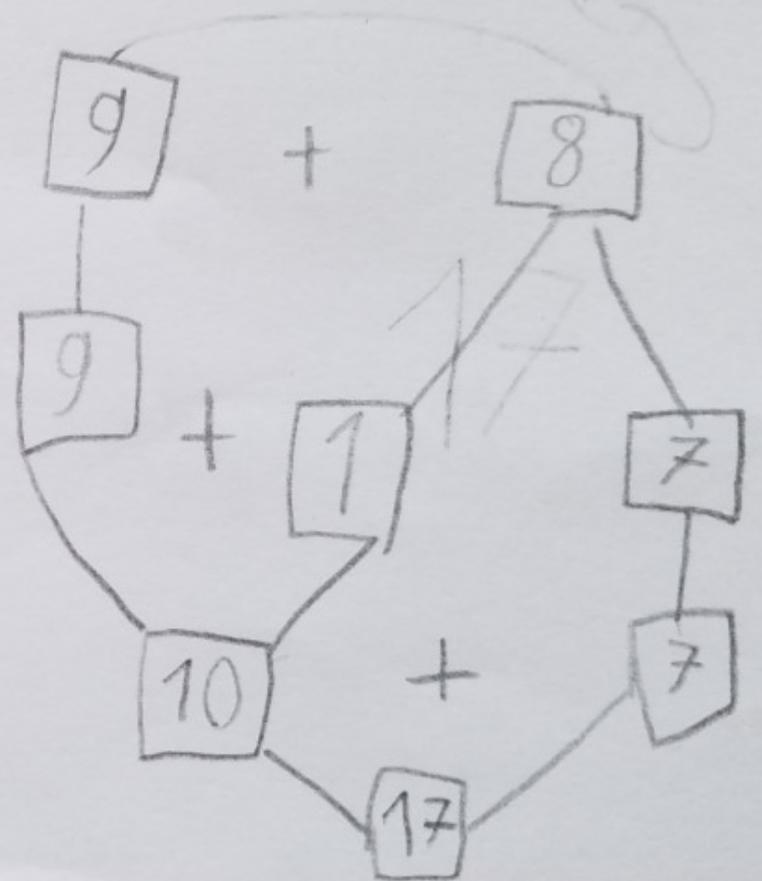
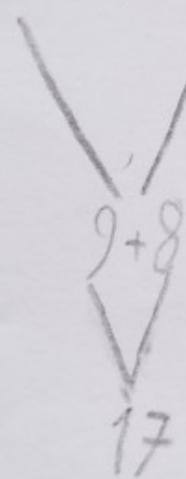
Le passage par 10 (stratégie)

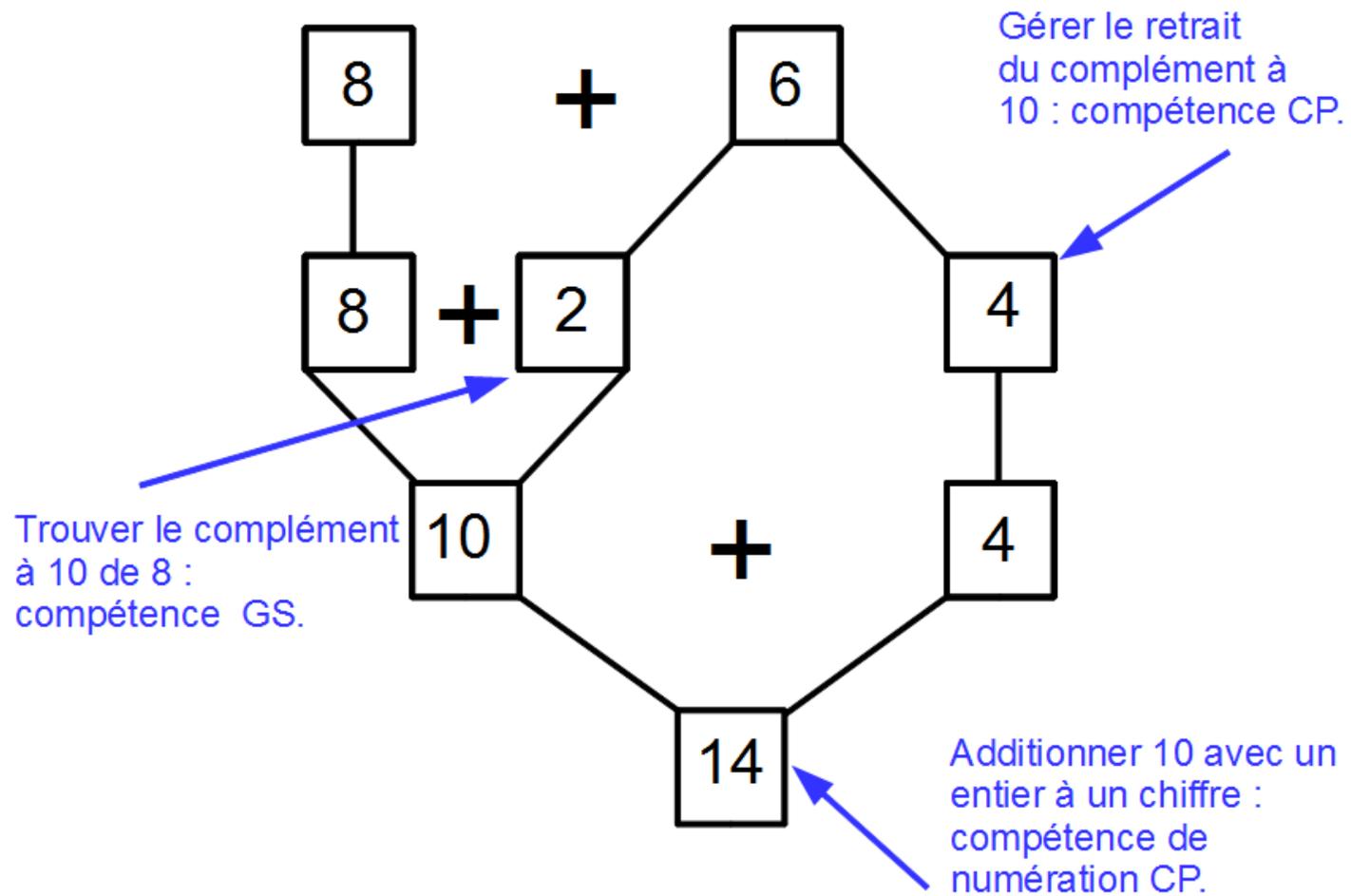
+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20



17

$$9 + 8 = 17$$





Consigne : quelles **activités** et quels **outils** mettre en place au cycle 1 pour permettre à un élève de CP d'utiliser cet arbre à calcul ?

